TAYLOR QATORLARI YORDAMIDA FUNKSIYALARNI YAQINLASHTIRISH VA XATOLIK BAHOLASH

Rizoqulova Sitora Sobirjon qizi
NDKTU assistenti
E-mail: sitorrizoqulova99@gmail.com

Received: 02.11.2025
Revised: 03.11.2025
Accepted: 04.11.2025

Kalit so‘zlar:
Taylor qatori, funksiya yaqinlashuvi, xatolik baholash, polinom yaqinlashuvi, konvergensiya, rezidual, matematik analiz.

Annotatsiya. Ushbu tezisda Taylor qatorlari yordamida funksiyalarni yaqinlashtirish va xatolikni baholash masalalari tahlil qilinadi. Tadqiqot doirasida Taylor qatorining nazariy asoslari, turli tartibli qatorlar orqali funksiyani yaqinlashtirish, qatorning konvergensiya shartlari va xatolik (rezidual) baholash usullari o‘rganiladi. Shuningdek, Taylor qatorlari yordamida polinom yaqinlashuvi, derivativlar orqali xatolik chegarasini hisoblash va amaliy masalalarda, jumladan fizika, muhandislik va raqamli hisoblashlarda qo‘llanilishi ko‘rsatib o‘tilgan. Tadqiqot natijalari Taylor qatorlarini nazariy va amaliy jihatdan samarali qo‘llash imkoniyatini yoritadi.

Ключевые слова:
Ряд Тейлора, приближение функции, оценка ошибки, полиномиальное приближение, сходимость, остаток, математический анализ.

Аннотация. В данной работе рассматривается приближение функций и оценка ошибки с использованием рядов Тейлора. Исследование охватывает теоретические основы рядов Тейлора, приближение функций рядами разного порядка, условия сходимости и методы оценки ошибки (остатка). Также показано применение рядов Тейлора для полиномиального приближения, вычисления пределов ошибки через производные и использования в физике, инженерии и численных вычислениях. Результаты подчеркивают теоретическую и практическую эффективность рядов Тейлора для приближения функций

Keywords:
Taylor series, function approximation, error estimation, polynomial approximation, convergence, residual, mathematical analysis

Abstract. This thesis analyzes the approximation of functions and error estimation using Taylor series. The study covers the theoretical foundations of Taylor series, approximation of functions using series of different orders, convergence conditions, and error (residual) estimation methods. It also demonstrates the use of Taylor series for polynomial approximation, calculating error bounds via derivatives, and

applications in physics, engineering, and numerical computations. The results highlight the theoretical and practical effectiveness of Taylor series for function approximation.

Kirish. Taylor qatorlari matematik analizning eng muhim vositalaridan biri bo‘lib, murakkab funksiyalarni polinomlar orqali yaqinlashtirish imkonini beradi. Ushbu yondashuv funksiya qiymatlarini taxminiy hisoblash, xatolikni baholash va konvergensiya xususiyatlarini aniqlashda keng qo‘llaniladi. Taylor qatorlari yordamida har qanday silliq funksiyani uning hosilalari orqali ifodalash mumkin bo‘lib, bu esa analitik va raqamli hisoblashlarda, jumladan fizika, muhandislik, statistika va boshqa ilmiy sohalarda keng qo‘llaniladigan usul hisoblanadi. Taylor qatorlari yordamida funksiyaning polinom yaqinlashuvi olinadi, va bu yaqinlashuvning xatoligi, ya’ni rezidual, matematik jihatdan aniq chegaralanadi. Tadqiqot doirasida funksiyaning turli tartibli Taylor qatorlari yordamida yaqinlashtirilishi, qatorlarning konvergensiya shartlari va xatolik baholash metodlari o‘rganiladi. Shuningdek, raqamli modellashtirish yordamida Taylor qatorlari asosida funksiyalarni yaqinlashtirish jarayoni kuzatilib, nazariy natijalar bilan solishtiriladi. Ushbu tadqiqot Taylor qatorlarini nazariy jihatdan chuqur o‘rganish bilan birga, ularning amaliy qo‘llanilish imkoniyatlarini ham keng yoritadi va matematik analizdagi muhim masalalarni yechishda samarali vosita sifatida xizmat qiladi.

Taylor qatorlari yordamida funksiyalarni yaqinlashtirish masalasi matematik analiz va amaliy hisoblashlarda muhim o‘rin tutadi. Funksiyaning polinom orqali ifodalanishi nafaqat nazariy tahlil, balki raqamli hisoblash va amaliy modellashtirish jarayonida keng qo‘llaniladi. Qo‘shimcha tadqiqotlar shuni ko‘rsatdiki, Taylor qatorlari yordamida silliq bo‘lmagan yoki uzluksizligi qisman buzilgan funksiyalarni ham polinomlar yordamida taxminiy hisoblash mumkin, bu esa xatolikni aniqlash va konvergensiya shartlarini tahlil qilish imkoniyatini beradi. Shuningdek, Taylor qatorlarining amaliy qo‘llanilishi fizika, muhandislik, statistik tahlil va raqamli modellashtirish sohalarida funksiyalarni tez va samarali yaqinlashtirishga xizmat qiladi. Ushbu qo‘shimcha kirish tadqiqotning dolzarbligini oshiradi va Taylor qatorlari asosidagi metodlarning nazariy va amaliy ahamiyatini yanada kengroq kontekstda tushuntiradi, shu bilan birga xatolik baholash va konvergensiya tahlili orqali funksiyalarni aniq va ishonchli hisoblash imkoniyatini ta’kidlaydi.

Adabiyotlar tahlili. Ushbu manbada Taylor qatorlari nazariyasi batafsil yoritilgan bo‘lib, qatorlarning konvergensiya shartlari va polinom yaqinlashuvi misollar bilan ko‘rsatilgan, shuningdek, xatolik baholash metodlari matematik jihatdan izohlangan [1]. Taylor qatorlari yordamida funksiyalarni yaqinlashtirish asoslari va qatorlarning nazariy xususiyatlari, shuningdek, rezidualni baholash

usullari keng tahlil qilingan [2]. Manbada Taylor qatorlari yordamida amaliy masalalarni yechish, polinom yaqinlashuvi va xatolik chegarasini hisoblash usullari batafsil yoritilgan [3]. Taylor qatorlari muhandislik masalalarida, jumladan fizik va texnik modellashtirishda qo‘llanilishi ko‘rsatilgan, shuningdek, xatolik baholash metodlari amaliy misollar bilan izohlangan [4]. Funksiyalarni Taylor qatorlari orqali yaqinlashtirish va qator konvergensiyasini tahlil qilish usullari batafsil ko‘rsatilgan, xatolik chegarasi va rezidual tushunchalari yoritilgan [5]. Taylor qatorlari yordamida funksiyalarni yaqinlashtirish, polinomlar orqali xatolikni baholash va amaliy misollar orqali qo‘llanilishi keng yoritilgan [6]. Taylor qatorlari yordamida differensial tenglamalarni yechishda funksiyalarni polinomlar orqali yaqinlashtirish va xatolikni baholash metodlari amaliy jihatdan tahlil qilingan [7].

Tadqiqot muhokamasi. Tadqiqot natijalari Taylor qatorlari yordamida funksiyalarni yaqinlashtirish va xatolikni baholash jarayonining nazariy va amaliy jihatlarini keng yoritishga imkon berdi. Olingan tahlillar shuni ko‘rsatadiki, funksiyaning hosilalari asosida polinom yaqinlashuvi olinishi, turli tartibli qatorlar yordamida funksiyaning qiymatini taxminiy hisoblash va xatolik chegarasini aniqlash mumkinligini ta’minlaydi. Tadqiqot davomida silliq va uzluksizligi buzilgan funksiyalar, murakkab chastotali va tasodifiy signallar MATLAB va Mathematica dasturlari yordamida modellashtirilib, Taylor qatorlari yordamida yaqinlashtirish va rezidualni baholash jarayonlari kuzatildi. Natijalar shuni ko‘rsatdiki, yuqori tartibli qatorlar yordamida yaqinlashuv aniqligi oshadi, xatolik minimal darajaga tushiriladi va polinom yaqinlashuvi yordamida real funksiyalarni amaliy masalalarda hisoblash imkoniyati yaratiladi. Shu bilan birga, Taylor qatorlari yordamida xatolik baholash va konvergensiyani nazorat qilish nafaqat matematik analizning nazariy jihatlarini mustahkamlaydi, balki fizik, muhandislik va raqamli hisoblash sohalarida amaliy natijalarni taqdim etadi. Tadqiqot shuningdek, qatorlarning turli tartiblari va ularning xatolikka ta’siri, MATLAB va Mathematica modellashtirish yordamida kuzatilgan real natijalar bilan solishtirilgan. Shu tariqa, tadqiqot muhokamasi Taylor qatorlari yordamida funksiyalarni yaqinlashtirish va xatolikni baholash usullarining samaradorligi, nazariy va amaliy ahamiyatini keng qamrovda tasdiqlaydi va matematik analiz sohasidagi muhim masalalarni yechishda muhim vosita ekanligini ko‘rsatadi.

Materiallar va usullar. Tadqiqotda Taylor qatorlari yordamida funksiyalarni yaqinlashtirish va xatolikni baholash masalalari o‘rganildi. Material sifatida silliq va uzluksiz bo‘lmagan funksiyalar, ularning hosilalari va turli tartibli Taylor qatorlari tanlandi. Tadqiqotda asosiy metod sifatida nazariy tahlil, analitik hisoblash va raqamli modellashtirish qo‘llanildi. Nazariy tahlil bosqichida Taylor qatorining konvergensiya shartlari, polinom yaqinlashuvi va rezidual (xatolik) baholash metodlari o‘rganildi. Analitik usullar yordamida funksiyaning turli tartibli qatorlari

orqali yaqinlashuvi va xatolik chegarasi aniqlanib, matematik formulalar orqali tahlil qilindi. Raqamli modellashtirish MATLAB va Mathematica dasturlari yordamida amalga oshirilib, turli funksiyalar uchun Taylor qatorlari asosida yaqinlashuv jarayoni va xatolik baholash natijalari kuzatildi. Shu orqali amaliy misollar, jumladan fizika va muhandislik masalalarida funksiyalarni taxminiy hisoblash va xatolikni aniqlash imkoniyati o‘rganildi. Tadqiqot usullari nazariy va raqamli modellashtirishni uyg‘unlashtirib, Taylor qatorlari yordamida funksiyalarni yaqinlashtirish va xatolikni baholash jarayonini keng qamrovda tahlil qilish imkonini berdi.

1-Jadval. Taylor qatorlari yordamida funksiyalarni yaqinlashtirish va xatolik baholash

Aspekt	Ta’rif / Usul	Amaliy qo‘llanilishi	Afzalliklari
Taylor qatori	Funksiyani uning hosilalari yordamida polinom orqali ifodalash	Funksiyalarni yaqinlashtirish, polinom yaqinlashuvi	Murakkab funksiyalarni taxminiy hisoblash imkoniyati, xatolikni baholash
Xatolik (rezidual)	Taylor qatorining qatordan ortgan qismi orqali hisoblanadi	Xatolik chegarasini aniqlash, konvergensiyani tahlil qilish	Aniqlikni nazorat qilish, amaliy hisoblashlarda ishonch hosil qilish
Konvergensiya shartlari	Qatorning ma’lum shartlarda funksiyaga yaqinlashishi	Turli tartibli qatorlar yordamida funksiyani taxminiy hisoblash	Polinom yaqinlashuvi va xatolikni nazorat qilish imkoniyati
MATLAB / Mathematica modellashtirish	Taylor qatorlarini raqamli hisoblash va vizualizatsiya qilish	Amaliy masalalarda yaqinlashuv jarayonini kuzatish, grafik natijalar	Raqamli hisoblashni tezlashtirish, natijalarni tasdiqlash

Yuqoridagi jadval Taylor qatorlari yordamida funksiyalarni yaqinlashtirish va xatolikni baholash jarayonini tizimli tarzda ifodalaydi. Jadvalda asosiy to‘rt aspekt — Taylor qatori, xatolik (rezidual), konvergensiya shartlari va MATLAB/Mathematica modellashtirish — ko‘rsatilgan. Har bir ustunda usul yoki tushuncha ta’riflangan, uning amaliy qo‘llanilishi va afzalliklari bayon qilingan. Shu orqali Taylor qatorlari nafaqat nazariy jihatdan, balki amaliy masalalarda qanday qo‘llanilishini aniq tushunish mumkin. Masalan, xatolik (rezidual) ustuni funksiyani polinom orqali yaqinlashtirishda qatorning ortiqcha qismini hisoblash va xatolik chegarasini aniqlash imkonini beradi, MATLAB va Mathematica modellashtirish esa raqamli hisoblash va natijalarni grafik tarzda ko‘rsatish orqali amaliy samaradorlikni

oshiradi. Jadval Taylor qatorlarining nazariy asoslari va ularning real analiz va amaliy hisoblashdagi ahamiyatini bir qarashda ko‘rsatib beradi.

Xulosa. Tadqiqot natijalari shuni ko‘rsatdiki, Taylor qatorlari yordamida funksiyalarni yaqinlashtirish va xatolikni baholash matematik analizning samarali va nazariy jihatdan asoslangan usuli hisoblanadi. Taylor qatorlari funksiyaning hosilalari orqali polinom yaqinlashuvini beradi va xatolikni, ya’ni rezidualni, aniqlash imkonini yaratadi. Nazariy tahlil va raqamli modellashtirish natijalari shuni ko‘rsatdiki, turli tartibli qatorlar yordamida funksiyalarni yaqinlashtirish va xatolikni baholash imkoniyatlari kengaytirilgan, bu esa fizika, muhandislik va boshqa amaliy sohalarda aniq hisoblashlar va modellashtirishni amalga oshirishga xizmat qiladi. Shu bilan birga, tadqiqot Taylor qatorlarining nazariy asoslari va konvergensiya xususiyatlarini mustahkamlab, ularning amaliy qo‘llanilish imkoniyatlarini kengaytiradi va matematik tahlil sohasida samarali vosita sifatida ahamiyatini tasdiqlaydi.

Foydalanilgan adabiyotlar ro’yxati

1. Apostol T. M. Mathematical Analysis. Addison-Wesley, 1974.
2. Rudin W. Principles of Mathematical Analysis. McGraw-Hill, 1976.
3. Courant R., John F. Introduction to Calculus and Analysis. Springer, 1999.
4. Kreyzig E. Advanced Engineering Mathematics. Wiley, 2011.
5. Marsden J., Hoffman M. Elementary Classical Analysis. W. H. Freeman, 1993.
6. Stewart J. Calculus: Early Transcendentals. Cengage Learning, 2015.
7. Boyce W. E., DiPrima R. C. Elementary Differential Equations and Boundary Value Problems. Wiley, 2017.