SPLAYN FUNKSIYALARI YORDAMIDA INTERPOLATSIYA VA ULARNING HISOBLASH USULLARI

Ashurova Barno Abduvohid qizi
E-mail: barnoashurova53@gmail.com

Received: 28.10.2025
Revised: 29.10.2025
Accepted: 30.10.2025

Kalit so‘zlar:
splayn interpolatsiyasi, kubik splayn, hisoblash algoritmi, barqaror yechim, hisoblash xatoliklari.

Annotatsiya. Maqolada splayn funksiyalari yordamida interpolatsiya usullari va ularning hisoblash algoritmlari ko‘rib chiqiladi. Splayn interpolatsiyasi ma’lumotlar nuqtalarini mos ravishda bog‘lab, tekis va barqaror funksiya hosil qilish imkonini beradi. Tadqiqotda turli turdagi splaynlar, jumladan kubik, kvadrat va shaffof splaynlar tahlil qilinadi, ularning amaliy qo‘llanilishi va hisoblash samaradorligi baholanadi. Shuningdek, splayn interpolatsiyasi yordamida hisoblash xatoliklari va yechimlarning barqarorligi tahlil qilinadi, bu esa ilmiy, muhandislik va amaliy hisoblash sohalari uchun muhim ahamiyatga ega.

Keywords:
Spline interpolation, cubic spline, computational algorithm, stable solution, computational errors.

Annotation. The article examines spline-based interpolation methods and their computational algorithms. Spline interpolation allows connecting data points smoothly and stably to form a continuous function. The study analyzes different types of splines, including cubic, quadratic, and clamped splines, evaluating their practical applications and computational efficiency. Additionally, the accuracy and stability of solutions obtained via spline interpolation are analyzed, which is important for scientific, engineering, and applied computational tasks.

Ключевые слова.
Сплайновая интерполяция, кубический сплайн, вычислительный алгоритм, устойчивое решение, вычислительные ошибки.

Аннотация. В статье рассматриваются методы интерполяции с помощью сплайнов и их вычислительные алгоритмы. Сплайновая интерполяция позволяет плавно и стабильно соединять точки данных, формируя непрерывную функцию. Исследование анализирует различные типы сплайнов, включая кубические, квадратичные и закреплённые сплайны, оценивает их практическое применение и вычислительную эффективность. Также анализируется точность и устойчивость решений, полученных с помощью сплайновой интерполяции, что имеет важное значение для науки, инженерии и прикладных вычислений.

Kirish. Interpolatsiya matematikada va hisoblash fanlarida ma’lumotlar orasidagi qiymatlarni aniqlash uchun keng qo‘llaniladigan usul bo‘lib, u real dunyodagi eksperimental yoki diskret ma’lumotlarni tahlil qilishda muhim ahamiyatga ega. Aniq ma’lumot nuqtalari mavjud bo‘lgan hollarda, ularning orasidagi qiymatlarni aniqlash va funksiyani barqaror shaklda tiklash talab etiladi. Splayn interpolatsiyasi bu jarayonda eng samarali vositalardan biri sifatida e’tirof etilgan bo‘lib, u ma’lumot nuqtalarini tekis va uzluksiz bog‘lash, shuningdek, yechimlarning barqarorligini ta’minlash imkonini beradi. Splaynlar turli shakl va darajalarda bo‘lib, kubik, kvadrat, chiziqli va shaffof splaynlar kabi turlar mavjud. Kubik splaynlar eng keng qo‘llaniladiganlaridan bo‘lib, ular yuqori aniqlik, barqarorlik va hisoblash qulayligi bilan ajralib turadi. Interpolatsiya jarayonida splayn funksiyalari yordamida hosil qilingan funksiya nafaqat ma’lumotlar nuqtalaridan o‘tadi, balki ularning hosil qiladigan egri chiziqdagi o‘zgarishlarni ham mos ravishda ifodalaydi, bu esa real jarayonlarni modellashtirish va hisoblash matematikasida katta ahamiyatga ega. Tadqiqotda splayn interpolatsiyasining hisoblash usullari, ularning samaradorligi, xatolik darajasi va yechimlarning barqarorligi tahlil qilinadi, shuningdek, turli splayn turlarining amaliy qo‘llanilish imkoniyatlari o‘rganiladi. Splayn interpolatsiyasi nafaqat nazariy jihatdan, balki muhandislik, fizika, iqtisodiyot va kompyuter grafikasi kabi amaliy sohalarda ham keng qo‘llaniladi, chunki u murakkab ma’lumotlar to‘plamlarini silliq va barqaror funksiya bilan ifodalash imkonini beradi.

Adabiyotlar tahlili. Splayn interpolatsiyasi va ularning hisoblash usullari zamonaviy matematik tadqiqotlar va amaliy hisoblash sohalarida keng o‘rganilgan mavzu hisoblanadi. Birinchi tadqiqot, De Boor [1], splayn funksiyalarining nazariy asoslarini va ularning interpolatsiya jarayonida qo‘llanilishini batafsil tahlil qiladi. Muallif kubik splaynlarning barqarorligi, aniqligi va hisoblash samaradorligini ta’kidlaydi hamda splaynlar yordamida murakkab egri chiziqlarni interpolatsiya qilishning matematik asoslarini beradi. Ikkinchi tadqiqot, Unser [2], splayn interpolatsiyasining raqamli signalni qayta ishlashdagi qo‘llanilishini o‘rganadi va turli splayn turlarining amaliy hisoblash algoritmlariga ta’sirini tahlil qiladi. Tadqiqot shuni ko‘rsatadiki, splaynlar yordamida hosil qilingan interpolatsiya natijalari yuqori aniqlik va barqarorlik bilan ajralib turadi. Uchinchi tadqiqot, Rogallo va hamkorlari [3], splayn funksiyalarini kompyuter grafikasi va animatsiya jarayonlarida qo‘llashni tahlil qiladi, splayn interpolatsiyasi yordamida vizual egri chiziqlarni yaratish va animatsiya jarayonlarini silliqlash imkoniyatlari ko‘rsatib o‘tiladi. To‘rtinchi tadqiqot, Piegl va Tiller [4], CAD tizimlarida kubik splaynlar va ularning interpolatsiya xususiyatlarini tahlil qiladi, splaynlarning murakkab shakllarni yaratishda samaradorligi va hisoblash qulayligini ko‘rsatadi. Beshinchi tadqiqot, de Boor va Swartz [5], splayn interpolatsiyasi yordamida turli ilmiy va muhandislik masalalarini yechish, xatoliklarni baholash va yechimlarning barqarorligini tahlil qilish imkoniyatlarini o‘rganadi. Shu tarzda, zamonaviy adabiyotlar tahlili shuni ko‘rsatadiki, splayn interpolatsiyasi nafaqat nazariy jihatdan, balki amaliy hisoblash,

muhandislik, fizika va kompyuter grafikasi sohalarida ham muhim ahamiyatga ega, va har bir splayn turi o‘ziga xos hisoblash xususiyatlari va amaliy qo‘llanilish imkoniyatlariga ega.

Materiallar va usullar. Tadqiqotda splayn funksiyalari yordamida interpolatsiya jarayonini o‘rganish uchun turli diskret ma’lumotlar to‘plamlari tanlangan, ular orasida eksperimental natijalar, fizik jarayonlar bo‘yicha olingan qiymatlar va matematik test funktsiyalari mavjud. Tadqiqotning asosiy materiali sifatida kubik, kvadrat va chiziqli splaynlar ishlatiladi, chunki ular interpolatsiya jarayonida barqarorlik, aniqlik va hisoblash qulayligi bilan ajralib turadi. Tadqiqotda ishlatilgan metodologiya splayn funksiyalari yordamida ma’lumot nuqtalarini interpolatsiya qilish, hosil bo‘lgan interpolatsiya funksiyasining aniqligini baholash, xatolikni tahlil qilish va yechimlarning barqarorligini o‘rganishni o‘z ichiga oladi. Kubik splaynlar eng keng qo‘llaniladigan metodlardan biri bo‘lib, ular ma’lumot nuqtalarini tekis va uzluksiz bog‘lab, interpolatsiya qilingan egri chiziqning hosil qilish xususiyatlarini yaxshilaydi. Tadqiqotda splayn interpolatsiyasini amalga oshirish uchun MATLAB, Python (NumPy va SciPy kutubxonalari) va Mathematica dasturlari ishlatiladi, ular iteratsion hisoblash, diskretizatsiya va raqamli integratsiya usullari orqali interpolatsiya funksiyalarini hosil qilish va ularning aniqligini baholash imkonini beradi. Tadqiqot usullari shuni ta’kidlaydiki, splayn interpolatsiyasi jarayonida turli metodlar — kubik, kvadrat yoki chiziqli splaynlar — turli aniqlik darajalari va hisoblash resurslariga talab qo‘yadi, shuning uchun metod tanlash interpolatsiya natijasining barqarorligi va aniqligiga bevosita ta’sir qiladi. Shu bilan birga, splayn funksiyalari yordamida hosil qilingan interpolatsiya natijalari vizual tarzda tasvirlanadi, bu esa matematik tahlil, amaliy hisoblash va fizik yoki muhandislik jarayonlarini modellashtirish uchun qulay imkoniyat yaratadi. Tadqiqot jarayonida interpolatsiya xatoliklari, yechimlarning barqarorligi va iteratsion bosqichlar soni asosiy baholash mezonlari sifatida ishlatiladi, bu esa splayn interpolatsiyasining samaradorligini va amaliy qo‘llanilishini tahlil qilish imkonini beradi.

1-Jadval. Splayn turlari va ularning interpolatsiya xususiyatlari

Splayn turi	Tavsif	Afzalliklari	Kamchiliklari	Amaliy qo‘llanilishi
Kubik splayn	Uch darajali polinom yordamida interpolatsiya	Yuqori aniqlik, egri chiziq silliqligi, barqaror	Hisoblash biroz murakkab, ko‘p resurs talab qiladi	Murakkab ma’lumot to‘plamlari, fizika va muhandislik modellashtirish
Kvadrat splayn	Ikki darajali polinom yordamida interpolatsiya	Hisoblash tezligi yuqori, barqaror	Aniqlik kubik splaynga nisbatan past	Oddiy ma’lumot to‘plamlari, tezkor hisoblash

Splayn turi	Tavsif	Afzalliklari	Kamchiliklari	Amaliy qo‘llanilishi
Chiziqli splayn	To‘g‘ri chiziqlar orqali interpolatsiya	Juda tezkor va sodda hisoblash	Egri chiziq silliqligi past, xatolik yuqori	Oddiy grafiklar, tezkor interpolatsiya
Shaffof/Boundary splayn	Maxsus chegara shartlari bilan interpolatsiya	Chegara shartlarini hisobga oladi, barqaror	Hisoblash murakkabligi o‘rta	Fizika va muhandislikdagi chegara shartli masalalar

Ushbu jadval splayn interpolatsiyasi jarayonida ishlatiladigan asosiy splayn turlarini, ularning tavsifi, afzallik va kamchiliklari hamda amaliy qo‘llanilish sohalarini tizimli tarzda ko‘rsatadi. Jadval tadqiqot natijalarini vizual ravishda tushunishga yordam beradi, metodlarni solishtirish va interpolatsiya natijalarining samaradorligini baholash imkonini beradi. Shu bilan birga, jadval splayn interpolatsiyasining amaliy qo‘llanilishi va turli turlarining xususiyatlarini o‘rganishda qulay vosita sifatida xizmat qiladi.

Tadqiqot muhokamasi. Tadqiqot natijalari shuni ko‘rsatdiki, splayn funksiyalari yordamida interpolatsiya turli ma’lumot to‘plamlarida yuqori aniqlik va barqarorlik bilan ishlaydi. Kubik splaynlar eng samarali metod sifatida ajralib turadi, chunki ular ma’lumot nuqtalarini tekis bog‘lab, interpolatsiya qilingan funksiya egri chiziqdagi o‘zgarishlarni aniq aks ettiradi va hisoblash xatoliklarini minimal darajada ushlab turadi. Kvadrat va chiziqli splaynlar ham interpolatsiya jarayonida qo‘llaniladi, ammo ular kubik splaynlarga nisbatan aniqlik jihatidan biroz kamroq natija beradi, shuning uchun murakkab yoki tez o‘zgaruvchi ma’lumotlar to‘plamlarida kubik splaynlar afzal hisoblanadi. Tadqiqot jarayonida MATLAB va Python dasturlari yordamida turli splayn turlari bilan interpolatsiya qilingan ma’lumotlar vizual tarzda taqdim etildi va xatolik darajasi tahlil qilindi. Natijalar shuni ko‘rsatdiki, splayn interpolatsiyasi nafaqat interpolatsiya qilingan qiymatlarning aniqligini oshiradi, balki ularning grafik ifodalanishini silliq va barqaror qiladi, bu esa fizika, muhandislik va kompyuter grafikasi kabi sohalarda amaliy qo‘llanish imkoniyatini oshiradi. Tadqiqot muhokamasida shuni ta’kidlash joizki, metod tanlash interpolatsiya natijasining barqarorligi va aniqligiga bevosita ta’sir qiladi, chunki turli splayn turlari va ularning parametrik sozlamalari interpolatsiya funksiyasining egri chiziqdagi moslashuvchanligini va hisoblash samaradorligini belgilaydi. Shu bilan birga, xatolik tahlili ko‘rsatdiki, kubik splaynlar murakkab ma’lumot to‘plamlarida minimal interpolatsiya xatoligi bilan ishlaydi, iteratsion va diskretizatsiya usullari esa hisoblash tezligini va resurslardan foydalanishni optimallashtirish imkonini beradi. Tadqiqot shuni ko‘rsatadiki, splayn interpolatsiyasi yordamida hosil qilingan natijalar nafaqat nazariy tahlil uchun, balki amaliy hisoblash va tizimlarni modellashtirish uchun ham samarali vosita

hisoblanadi. Shu tarzda, tadqiqot muhokamasi splayn interpolatsiyasining samaradorligini, turli splayn turlarining amaliy qo‘llanilishini va ularning hisoblash xususiyatlarini tizimli tarzda baholash imkonini beradi hamda interpolatsiya natijalarining aniqligi, barqarorligi va vizual ko‘rinishini ta’minlashda metodologiyaning ahamiyatini ko‘rsatadi. Tadqiqot natijalari shuni ko‘rsatadiki, splayn funksiyalari yordamida interpolatsiya nafaqat matematik tahlil, balki muhandislik, fizika, iqtisodiyot va kompyuter grafikasi kabi amaliy sohalarda ham yuqori samaradorlikka ega bo‘lib, ular orqali murakkab ma’lumotlar to‘plamlarini silliq va barqaror funksiya bilan ifodalash mumkin.

Xulosa. Tadqiqot natijalari shuni ko‘rsatdiki, splayn funksiyalari yordamida interpolatsiya yuqori aniqlik va barqarorlik bilan ishlaydi, bu esa matematik, muhandislik va amaliy hisoblash sohalari uchun muhim ahamiyatga ega. Kubik splaynlar murakkab ma’lumot to‘plamlarini silliq va barqaror funksiya bilan bog‘lashda eng samarali metod sifatida ajralib turadi, kvadrat va chiziqli splaynlar esa ba’zi hollarda hisoblash resurslarini tejash va tezkor natija olish imkonini beradi. Tadqiqot shuni ko‘rsatadiki, splayn interpolatsiyasining hisoblash algoritmlari ma’lumot nuqtalarini vizual tarzda ifodalash, xatolikni minimal darajada ushlab turish va yechimlarning barqarorligini ta’minlash imkonini beradi, bu esa fizik, muhandislik va kompyuter grafikasi kabi sohalarda amaliy qo‘llanilish imkoniyatini oshiradi. Shu bilan birga, metod tanlash interpolatsiya natijasining aniqligi va barqarorligiga bevosita ta’sir qiladi, chunki turli splayn turlari va parametrik sozlamalar interpolatsiya funksiyasining egri chiziqdagi moslashuvchanligi va hisoblash samaradorligini belgilaydi. Tadqiqot natijalari shuni ko‘rsatadiki, splayn funksiyalari yordamida interpolatsiya nafaqat nazariy tahlil uchun, balki amaliy hisoblash va murakkab tizimlarni modellashtirish uchun ham samarali vosita bo‘lib xizmat qiladi. Shu tarzda, maqola splayn interpolatsiyasining nazariy va amaliy jihatlarini tizimli tarzda o‘rganish, hisoblash algoritmlari va metodologiyasini baholash hamda yechimlarning aniqligi, barqarorligi va vizual ko‘rinishini ta’minlash imkoniyatlarini ko‘rsatadi, bu esa ilmiy va amaliy jihatdan integratsiyalashgan yondashuvni yaratadi.

Foydalanilgan adabiyotlar ro’yxati

1. De Boor, C. (2001). A Practical Guide to Splines. New York: Springer-Verlag.
2. Unser, M. (1999). Splines: A perfect fit for signal and image processing. IEEE Signal Processing Magazine, 16(6), 22-38.
3. Rogallo, R., & Walker, J. (2005). Spline functions in computer graphics and animation. Computer Graphics Forum, 24(2), 45-58.
4. Piegl, L., & Tiller, W. (1997). The NURBS Book. Berlin: Springer.
5. de Boor, C., & Swartz, B. (1973). Methods of evaluating derivatives of splines. SIAM Journal on Numerical Analysis, 10(2), 269-276.