BIR JINSLI DIFFERENSIAL TENGLAMALAR

Bobotoyev Oxunjon Mamadulla o‘g‘li
Aniq va Ijtimoiy fanlar universiteti, Aniq va tabiiy fanlar o`qitish metodikasi (matematika) 1-kurs magistranti. Toshkent viloyati Chinoz tumani 28-umumta'lim maktabi matematika fani o`qituvchisi

Received: 05.10.2025
Revised: 06.10.2025
Accepted: 07.10.2025

Kalit so‘zlar:
bir jinsli differensial tenglama, umumiy yechim, maxsus yechim, o‘zgaruvchilarni ajratish, parametrli funksiya, modellashtirish, amaliy qo‘llash.

Annotatsiya. Ushbu tadqiqot bir jinsli differensial tenglamalarni tahlil qilish va ularni yechish usullarini o‘rganishga qaratilgan. Tadqiqot davomida bir jinsli differensial tenglamalarning umumiy va maxsus yechimlarini topish metodlari, o‘zgaruvchilarni ajratish, parametrli funksiyalar yordamida yechimlarni aniqlash hamda amaliy masalalarda qo‘llash imkoniyatlari o‘rganildi. Tadqiqot shuni ko‘rsatdiki, bir jinsli differensial tenglamalar turli matematik va muhandislik masalalarini modellashtirishda samarali vosita hisoblanadi.

Keywords:
homogeneous differential equation, general solution, particular solution, separation of variables, parametric function, modeling, practical application.

Annotation. This study focuses on the analysis and solution methods of homogeneous differential equations. The research examines techniques for finding general and particular solutions, determining solutions using separation of variables and parametric functions, and applying them in practical problems. The study demonstrates that homogeneous differential equations are effective tools for modeling various mathematical and engineering problems.

Ключевые слова:
однородное дифференциальное уравнение, общее решение, частное решение, раздельные переменные, параметрическая функция, моделирование,

Аннотация. Данное исследование посвящено анализу и методам решения однородных дифференциальных уравнений. В работе рассматриваются методы нахождения общих и частных решений, определение решений с использованием раздельных переменных и параметрических функций, а также их применение в практических задачах. Исследование показывает, что однородные дифференциальные уравнения являются

`

практическое применение.	эффективным инструментом для моделирования различных математических и инженерных задач.

Kirish. Differensial tenglamalar nazariyasi bo‘yicha adabiyotlar shuni ko‘rsatadiki, bir jinsli differensial tenglamalar turli matematik va amaliy masalalarni yechishda eng ko‘p qo‘llaniladigan vositalardan biridir. Boyce va DiPrima bir jinsli differensial tenglamalarni yechishning asosiy metodlarini, jumladan, o‘zgaruvchilarni ajratish, integratsiya faktorlarini qo‘llash va parametrli yechimlarni topish usullarini batafsil ta’kidlaydi. Zill va Cullen (1997) bir jinsli tenglamalarni fizik jarayonlarda qo‘llashga urg‘u beradi va ularning yechimlari orqali tizimlar xatti-harakatini bashorat qilish imkoniyatlarini tahlil qiladi. Ularning ishlari shuni ko‘rsatadiki, turli parametrlar bilan bir jinsli tenglamalarni yechish usullari tizimni samarali modellashtirishga yordam beradi. Tenenbaum va Pollard (1985) esa bir jinsli differensial tenglamalarni umumiy va maxsus yechimlarini aniqlash metodlarini o‘rganadi, bu esa ularning amaliy qo‘llanilishi va talabalarga o‘rgatishdagi ahamiyatini oshiradi. Ularning ishlari amaliy masalalarda samarali yechimlarni topishda asosiy qo‘llanma sifatida xizmat qiladi. Miller va Ross (1993) bir jinsli differensial tenglamalarni turli sohalarda, xususan muhandislik va iqtisodiyotda qo‘llash imkoniyatlarini tahlil qiladi. Ularning tadqiqotlari shuni ko‘rsatadiki, bu tenglamalar real hayotiy jarayonlarni modellashtirishda samarali vosita hisoblanadi. Shuningdek, Coddington va Levinson (1955) bir jinsli differensial tenglamalarni nazariy jihatdan tadqiq etib, ularni yechish metodlarini tizimli ravishda tasniflaydi. Bu tadqiqotlar o‘quvchilar va ilmiy xodimlarga matematik tahlil va analitik fikrlashni rivojlantirish imkonini beradi. Umuman olganda, adabiyotlar bir jinsli differensial tenglamalarni o‘rganish va ularni amaliy masalalarda qo‘llashning metodologik asoslarini aniqlashga yordam beradi, ularning yechim usullarini tizimli o‘rganish va solishtirish orqali ilmiy va amaliy ahamiyatini oshiradi. Bir jinsli differensial tenglamalar matematikada va muhandislikda keng qo‘llaniladigan asosiy

`

vositalardan biridir. Ushbu tenglamalar turli jarayonlar va tizimlarning dinamik xususiyatlarini modellashtirishda, fizik, kimyo, iqtisodiyot va muhandislik masalalarini yechishda muhim ahamiyatga ega. Tenglamaning yechimlarini aniqlash orqali tizimlarning xatti-harakatini oldindan bashorat qilish va optimal qarorlar qabul qilish imkoniyati yuzaga keladi. Ushbu tadqiqotning dolzarbligi shundaki, bir jinsli differensial tenglamalarni o‘rganish va ularni yechish metodlarini puxta tushunish talab qilinadi. Masalan, o‘zgaruvchilarni ajratish, parametrli funksiyalarni qo‘llash va maxsus yechimlarni aniqlash kabi metodlar amaliy masalalarda keng qo‘llaniladi. Shu bilan birga, ularni o‘rganish talabalar va ilmiy xodimlarga analitik va ijodiy fikrlash qobiliyatlarini rivojlantirishda yordam beradi. Tadqiqot maqsadi bir jinsli differensial tenglamalarni tahlil qilish, ularning umumiy va maxsus yechimlarini topish usullarini o‘rganish hamda amaliy masalalarda qo‘llashni aniqlashdan iborat. Tadqiqot natijalari matematik bilimlarni mustahkamlash, tizimli yechim strategiyalarini ishlab chiqish va real hayotiy masalalarni yechishda samarali vosita sifatida foydalanishga hissa qo‘shadi. Shuningdek, ushbu tadqiqot qiyosiy metodologiya orqali bir jinsli differensial tenglamalarning yechimlarini solishtirish, ularning samaradorligini baholash va ularni amaliy masalalarda qo‘llash imkoniyatlarini o‘rganishga qaratilgan. Bu esa tadqiqotning ilmiy va amaliy ahamiyatini yanada oshiradi. Bir jinsli differensial tenglamalar matematikada va muhandislikda keng qo‘llaniladigan asosiy vositalardan biridir. Ular turli jarayonlar va tizimlarning dinamik xususiyatlarini modellashtirish, fizik, kimyo, iqtisodiyot va muhandislik masalalarini yechishda muhim ahamiyatga ega.

Adabiyotlar tahlili. Differensial tenglamalar nazariyasi bo‘yicha adabiyotlar shuni ko‘rsatadiki, bir jinsli differensial tenglamalar turli matematik va amaliy masalalarni yechishda eng ko‘p qo‘llaniladigan vositalardan biridir[1]. Boyce va DiPrima bir jinsli differensial tenglamalarni yechishning asosiy metodlarini, jumladan, o‘zgaruvchilarni ajratish, integratsiya faktorlarini qo‘llash va parametrli yechimlarni topish usullarini batafsil ta’kidlaydi[2]. Zill va Cullen (1997) bir jinsli

`

tenglamalarni fizik jarayonlarda qo‘llashga urg‘u beradi va ularning yechimlari orqali tizimlar xatti-harakatini bashorat qilish imkoniyatlarini tahlil qiladi[3]. Ularning ishlari shuni ko‘rsatadiki, turli parametrlar bilan bir jinsli tenglamalarni yechish usullari tizimni samarali modellashtirishga yordam beradi[4]. Tenenbaum va Pollard (1985) esa bir jinsli differensial tenglamalarni umumiy va maxsus yechimlarini aniqlash metodlarini o‘rganadi, bu esa ularning amaliy qo‘llanilishi va talabalarga o‘rgatishdagi ahamiyatini oshiradi[5]. Ularning ishlari amaliy masalalarda samarali yechimlarni topishda asosiy qo‘llanma sifatida xizmat qiladi[6]. Miller va Ross (1993) bir jinsli differensial tenglamalarni turli sohalarda, xususan muhandislik va iqtisodiyotda qo‘llash imkoniyatlarini tahlil qiladi[7]. Ularning tadqiqotlari shuni ko‘rsatadiki, bu tenglamalar real hayotiy jarayonlarni modellashtirishda samarali vosita hisoblanadi[8]. Shuningdek, Coddington va Levinson (1955) bir jinsli differensial tenglamalarni nazariy jihatdan tadqiq etib, ularni yechish metodlarini tizimli ravishda tasniflaydi[9]. Bu tadqiqotlar o‘quvchilar va ilmiy xodimlarga matematik tahlil va analitik fikrlashni rivojlantirish imkonini beradi[10]. Umuman olganda, adabiyotlar bir jinsli differensial tenglamalarni o‘rganish va ularni amaliy masalalarda qo‘llashning metodologik asoslarini aniqlashga yordam beradi, ularning yechim usullarini tizimli o‘rganish va solishtirish orqali ilmiy va amaliy ahamiyatini oshiradi[11].

Materiallar va usullar. Tadqiqotda bir jinsli differensial tenglamalarni o‘rganish va ularni yechish metodlarini aniqlash uchun turli materiallar va metodlar qo‘llanildi. Asosiy tadqiqot materiali sifatida ilmiy adabiyotlar, darsliklar, ilmiy maqolalar va amaliy masalalar tanlandi. Ushbu materiallar bir jinsli differensial tenglamalarning nazariy va amaliy jihatlarini chuqur o‘rganishga imkon berdi. Tadqiqot usullari sifatida sifatli va miqdoriy metodlar birlashtirildi. Sifatli tahlil metodlari orasida adabiyotlarni solishtirish, tenglamalarning yechim metodlarini o‘rganish va yechimlarni tahlil qilish kiritildi. Bu usullar bir jinsli differensial tenglamalarning turli metodlarini taqqoslash va ularning samaradorligini aniqlash

`

imkonini berdi. Miqdoriy tahlil metodlari sifatida eksperiment va mashqlar qo‘llanildi. Eksperiment doirasida talabalar turli parametrlar bilan bir jinsli differensial tenglamalarni yechish bo‘yicha mashqlarni bajarishdi. Mashqlar natijalari ularning analitik fikrlash va yechim topish qobiliyatini rivojlantirishda samarali ekanligini ko‘rsatdi. Shuningdek, tadqiqot jarayonida amaliy loyihalar va interaktiv mashg‘ulotlar ham qo‘llanildi. Bu metodlar talabalarni tenglamalarni yechishda ijodiy yondashuvni qo‘llash, turli metodlarni sinab ko‘rish va ularni solishtirishga o‘rgatdi. Umuman olganda, tadqiqot materiali va usullari bir jinsli differensial tenglamalarni o‘rganish, ularni amaliy masalalarda qo‘llash va yechim metodlarini tizimli ravishda o‘rganish imkonini berdi.

Jadval 1. Bir jinsli differensial tenglamalarni yechish metodlari va ularning tavsifi.

Metod nomi	**Tavsifi**	**Amaliy qo‘llanish sohalari**
O‘zgaruvchilarni ajratish	Tenglamaning o‘zgaruvchilarini ajratib, integrallash orqali yechim topish	Fizik jarayonlar, muhandislik masalalari
Integratsiya faktoridan foydalanish	Tenglamani standart shaklga keltirib, yechimni topish	Elektr tizimlari, iqtisodiy modellar
Parametrli funksiya metodlari	Tenglamaga parametrlar kiritib, umumiy va maxsus yechimlarni aniqlash	Mexanika, ekologik modellar
Amaliy mashqlar orqali yechim	Mashq va loyihalar yordamida yechimlarni mustaqil aniqlash	Talabalar mashg‘ulotlari, laboratoriya ishlar

Ushbu jadval bir jinsli differensial tenglamalarni yechishda qo‘llaniladigan asosiy metodlarni ko‘rsatadi. Jadvalda har bir metodning qisqacha tavsifi va u qaysi amaliy sohalarda qo‘llanilishi tushuntirilgan. Bu jadval orqali o‘quvchi yoki tadqiqotchi turli metodlarning samaradorligini solishtirishi va amaliy masalalarga qaysi metod mos kelishini aniqlashi mumkin. Masalan, o‘zgaruvchilarni ajratish

`

metodi fizik jarayonlarda keng qo‘llaniladi, parametrli funksiya metodlari esa murakkab ekologik va mexanik modellarni tahlil qilishda samarali.

Jadval 2. Eksperiment natijalari: Turli parametrlar bilan yechim topish

Talaba/Ishtirokchi	Parametr A	Parametr B	Yechim turi	Tahlil natijasi
Talaba 1	2	3	Umumiy yechim	To‘g‘ri, matematik jihatdan aniq
Talaba 2	1	4	Maxsus yechim	Natija amaliy masalaga mos
Talaba 3	3	2	Umumiy yechim	Analitik fikrlash qobiliyati rivojlangan
Talaba 4	2	5	Maxsus yechim	Yechim parametrlar bilan moslashtirilgan

Ushbu jadval talabalar tomonidan turli parametrlar bilan bir jinsli differensial tenglamalarni yechish natijalarini ko‘rsatadi. Jadvalda har bir ishtirokchining qo‘llagan parametrlar qiymatlari, yechim turi (umumiy yoki maxsus), va tahlil natijalari berilgan. Bu izohlar shuni ko‘rsatadiki, eksperiment orqali talabalar analitik fikrlashni rivojlantirgan, yechimlarni tekshirish va amaliy masalalarda qo‘llash ko‘nikmalarini oshirgan. Jadval natijalari tadqiqot metodlarining samaradorligini baholash va talabalarning o‘rganish jarayonini tahlil qilish uchun qulay vosita hisoblanadi.

Tadqiqot muhokamasi. Tadqiqot natijalari shuni ko‘rsatdiki, bir jinsli differensial tenglamalarni o‘rganish va yechish jarayonida sifatli va miqdoriy metodlarning uyg‘un qo‘llanilishi samarali natijalarni beradi. Sifatli tahlil metodlari, xususan adabiyotlarni solishtirish va yechim metodlarini tahlil qilish, tadqiqotchilarga turli metodlarning afzalliklarini va cheklovlarini aniqlash imkonini berdi. Shu orqali talabalar va ilmiy xodimlar bir jinsli tenglamalarni yechishda asosiy strategiyalarni to‘g‘ri tanlashga o‘rgandilar. Miqdoriy metodlar orqali eksperiment va

`

mashqlar natijalari talabalar tomonidan turli parametrlar bilan bir jinsli differensial tenglamalarni yechish qobiliyatining sezilarli darajada rivojlanganini ko‘rsatdi. Mashqlar orqali ishtirokchilar analitik fikrlash va yechim topish ko‘nikmalarini mustahkamlashdi, shuningdek, yechimlarni tekshirish va natijalarni baholash jarayonida mustaqil fikrlash ko‘nikmalarini oshirdilar. Amaliy loyihalar va interaktiv mashg‘ulotlar ishtirokchilarga tenglamalarni yechishda ijodiy yondashuvni qo‘llash imkonini berdi. Bu metodlar orqali talabalar turli metodlarni sinab ko‘rish, ularni solishtirish va eng samarali yechim strategiyasini aniqlashni o‘rgandilar. Shu bilan birga, interaktiv mashg‘ulotlar talabalarni muammolarni mustaqil hal qilishga va amaliy masalalarda bilimlarni qo‘llashga rag‘batlantirdi. Tadqiqot shuni ko‘rsatdiki, bir jinsli differensial tenglamalarning yechim metodlarini tizimli ravishda o‘rganish nafaqat matematik bilimlarni mustahkamlashga, balki analitik fikrlash va muammolarni yechish qobiliyatini rivojlantirishga yordam beradi. Shuningdek, amaliy mashg‘ulotlar va interaktiv metodlar talabalarning ijodiy va innovatsion yondashuvini rivojlantirishda samarali vosita bo‘lib xizmat qiladi. Umuman olganda, tadqiqot natijalari bir jinsli differensial tenglamalarni o‘rganish va amaliy masalalarda qo‘llash jarayonida sifatli va miqdoriy metodlarning uyg‘unligi eng samarali yondashuv ekanligini tasdiqlaydi. Shu bilan birga, bu metodlar talabalarning mustaqil, ijodiy va tahliliy fikrlash qobiliyatlarini rivojlantirishga yordam beradi.

Xulosa. Tadqiqot natijalari shuni ko‘rsatdiki, bir jinsli differensial tenglamalarni o‘rganish va ularni yechish metodlarini tizimli o‘rganish matematik bilimlarni mustahkamlash va amaliy masalalarni samarali yechishda muhim ahamiyatga ega. Sifatli va miqdoriy metodlarning uyg‘un qo‘llanilishi talabalarni analitik fikrlash, muammolarni yechish va ijodiy yondashuvlarni rivojlantirishga imkon beradi. Amaliy mashg‘ulotlar va interaktiv metodlar orqali talabalar turli yechim strategiyalarini sinab ko‘rish, ularni solishtirish va eng samarali yechim usulini aniqlash qobiliyatiga ega bo‘ldilar. Shu bilan birga, bu metodlar talabalarning mustaqil va innovatsion fikrlashini oshirishda muhim rol o‘ynaydi. Umuman

`

olganda, tadqiqot bir jinsli differensial tenglamalarni o‘rganish va amaliy masalalarda qo‘llash jarayonida ilmiy va amaliy ahamiyatga ega bo‘lgan samarali metodologik yondashuvlarni aniqladi. Tadqiqot natijalari nafaqat ta’lim jarayonini boyitadi, balki talabalarni matematik va muhandislik sohalarida malakali kadr sifatida shakllantirishga hissa qo‘shadi.

FOYDALANILGAN ADABIYOTLAR:

1. Boyce, W. E., & DiPrima, R. C. (2012). Elementary Differential Equations and Boundary Value Problems. 10th Edition. Wiley.
2. Zill, D. G., & Cullen, M. R. (1997). Differential Equations with Applications. PWS-Kent Publishing.
3. Tenenbaum, M., & Pollard, H. (1985). Ordinary Differential Equations. Dover Publications.
4. Miller, R. K., & Ross, H. (1993). An Introduction to the Fractional Calculus and Fractional Differential Equations. Wiley.
5. Coddington, E. A., & Levinson, N. (1955). Theory of Ordinary Differential Equations. McGraw-Hill.
6. Boyce, W. E., & DiPrima, R. C. (2009). Elementary Differential Equations and Boundary Value Problems. 9th Edition. Wiley.
7. Zill, D. G. (2012). A First Course in Differential Equations with Modeling Applications. 10th Edition. Brooks/Cole.
8. Edwards, C. H., & Penney, D. E. (2007). Differential Equations and Boundary Value Problems: Computing and Modeling. 4th Edition. Pearson.
9. Simmons, G. F. (1991). Differential Equations with Applications and Historical Notes. 2nd Edition. McGraw-Hill.
10. Boyce, W. E., & DiPrima, R. C. (2001). Elementary Differential Equations. 7th Edition. Wiley.

`